

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

- Όταν βλέπω \ln : ότι είναι μέγεθος στο \ln πρέπει να είναι θετικό
- Όταν βλέπω ρίζα: ότι είναι κίνηση στην ρίζα πρέπει να είναι θετικό ή μηδέν
- Όταν βλέπω παρονομαστή πρέπει να είναι διάφορος του μηδενός
- Όταν βλέπω την λέξη "υπάρχει"
 - i) Λύνω
 - ii) Βρίσκω προφανή λύση
 - iii) Βοιζάνο σε αυτό που βλέπω
 - iv) Rolle στην προϋπόθεση (παράγωγος)
 - v) θ.μ.τ. στην προϋπόθεση (παραγώγος)
- Όταν λέει κάτι σε μοναδικό ή μοναδικότητα για ρίζες: αποδεικνύω ότι είναι "1-1"
- Το "1-1" το δείχνω
 - i) Κατασκευαστικά: $f(x_1) = f(x_2) \dots x_1 = x_2$
~~ή~~ ή $f(x_1) \neq f(x_2) \dots x_1 \neq x_2$
 - ii) Μονοτονία: αυξουσα \nearrow ή
 φθίνουσα \searrow

- αν λέει ελάχιστο πρέπει
 $f'(x_0) = 0$ και αριστερά από $x_0 \downarrow (f'(x) < 0)$
 δεξιά από $x_0 \uparrow (f'(x) > 0)$
- αν έχει μέγιστο 16χύσων τα αντίστροφα
- αν λέει "το πολύ δύο ρίζες" θεωρείται
 ότι έχει τρεις και καταλήγουμε σε άτοπο.
ΞΗΓΟ ΤΗΝ ΣΚΕΨΗ
- αν λέει ότι ένα βωείο ανήκει σε μια
 ευθεία πρέπει οι συντεταγμένες του να
 επαληθεύουν την ευθεία, αν τις κάνουμε
 αντικατάσταση όλων x και y

δηλαδή: $M(x_0, f(x_0))$

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

↑
 $f(x_0)$

↑
 x_0

- όταν έχω \ln βόχος είναι να χωρίσω το
 \ln και να βάλω e ως βάση στις δύο
 πλευρές της εξίσωσης π.χ: $\ln x = -2 - 1 \Leftrightarrow$
 $e^{\ln x} = e^{-2-1} \Rightarrow$

• Η εφαπτομένη είναι της μορφής:

$$y - f(x_0) = \lambda (x - x_0)$$

→ όπου λ η κλίση της ευθείας
με $\lambda = f'(x_0)$

$$\text{Άρα } y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

• όταν σε πρόβλημα ζητάει: ταχύτητα =
α' παραγωγός της θέσης,

όταν ζητάει επιταχυνση = α' παραγωγός
ταχύτητας ή β' παραγωγός της θέσης

κίνηση δεξιά $\Rightarrow v > 0$

κίνηση αριστερά $\Rightarrow v < 0$

v αυξάνεται \nearrow

v μειώνεται \searrow

Αν λέει ακρότατο σημαίνει $f'(x) = 0$

Αν λέει καμψη σημαίνει $f''(x) = 0$

Όταν έχω ανίσωση με f και πρέπει να λυθεί τότε πιθανόν από μονοτονία να μπορώ να δω τα f και να κριτώσω ότι έχω μέγιστα ή παραμύθια

Αν έχω να αποδείξω ανίσωση της f με κάτι που μοιάζει με ευθεία (και φέρω την κυρτότητα) υπάρχει πιθανότητα αυτή η ευθεία να είναι η εφαπτομένη της f σε κάποιο σημείο

Κατακόρυγη ασύμπτωτη βρίσκω στα σημεία που δεν ανήκουν στο πεδίο ορισμού αν το όριο της f κατευθύνει στο $\pm \infty$ *

οριζόντια ασύμπτωτη βρίσκω στο $\pm \infty$
(εφόσον δεν είναι στο πεδίο ορισμού)
αν το όριο ισούται με αριθμό**

$$* \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$$

$$x \rightarrow a$$

$$x = a$$

$$** \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = b$$

$$x \rightarrow \pm \infty$$

$$y = b$$

ελεγχω πλάγια αβύηηηηη που υπάρχει μόνο
αν $\lambda = \text{αριθμός}$ και $b = \text{αριθμός}$

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(f(x) - \lambda x \right)$$

Όταν λέει ότι η εφαπτομένη "διέρχεται"
από το σημείο (a, b) , αντικαθιστώ στον
τύπο της εφαπτομένης τα x, y . Ένω, αν
λέει εφαπτομένη στο σημείο, αντικαθιστώ στον
τύπο της εφαπτομένης τα x_0 και $f(x_0)$

Αν θέλει να αποδείξουμε ανισοτική σχέση σε
συγκεκριμένο διάστημα αριθμών, βάζουμε το
 x ανάμεσα στους αριθμούς, βρίσκουμε την
μονοτονία της f και αναλογα με την
μονοτονία μετατρέπουμε την ανίσωση που ζητάμε
με το x σε ανίσωση με $f(x)$

Όταν μου λέει να αποδείξω ανιδοτική σχέση με εμβαδά ή ολοκληρώματα τότε παίρνω το ολοκλήρωμα που βρίσκεται ΠΛΩΝΟ από x_1 και αν είναι κυρτή παίρνω ότι είναι πάνω από την εφαπτομένη της σε κάποιο σημείο το οποίο πρέπει να βρω.

Όταν λέει οριζόντια εφαπτομένη βγαίνει $f'(x_0) = 0$
 άρα πιθανόν θεωρημα Rolle

Όταν λέει ότι δεν ξέρει τον άξονα εμφανίζει ότι διατηρεί πρόβλεψη, αρα $f(x) > 0$ ή $f(x) < 0$ $x_0 \neq 0$

• Κρίσιμα σημεία :

1) ακρότατα ($f'(x) = 0$)

2) όταν δεν ορίζεται
η f' .

Όταν έχω πολυώνυμο και όριο στο άπειρο, ισούται με το όριο του μεγίστου βαθμού όρου

Αν έχω όριο στο άπειρο με εκθετική, τότε

• αν $\lim_{x \rightarrow +\infty}$ βγάλω κοινό παράγοντα

τι δύναμη με τι μεγαλύτερη βάση

• αν $\lim_{x \rightarrow -\infty}$ βγάλω κοινό παράγοντα

τι δύναμη με τι μικρότερη βάση

βελ. 185 / αβκ. 18

Αν έχω απροσδιοριστία, για να κάνω d.l.h πρέπει να συμπλοκώσω κλάσματα

Αν έχω ημιτόνα και βυνημιτόνα,
είναι πιθανό να πρέπει να δημιουργήσω
ζυγώτα τριγωνομετρικά όρια

βελ. 183 / αβκ. 16

ή

Χρησιμοποίησε τριγωνομετρικά αυτιόματα

βελ. 184 / αβκ. 17

Αν έχω ολοκλήρωμα και μέρα του βκετο
λη φαντασθεί ότι ημεροτά του \ln
υπάρχει \int που είναι η παραγωγός του x
και κάνω κατά παραγοντες (βελ. 321 / αβκ. 6, 8)

Αν έχω απροσδιόριστο κλάσμα μπορεί να βραίνει
με πολ/μο ή διαίρεση με το ευτμήρι (βελ. 130)

Όταν δίνει διακρίδωση και κάποια παράμετρο για να βρω τη παράμετρο πηγαινω είτε από την συνέχεια είτε από τον ορισμό της παραμέτρου

↳ Αν δεν ξέρω σχετικά με τη συνέχεια ή την παραμετρική, κοιτώ για ολοκλήρωση ή άλλο δεδομένο

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x} = 1$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} x \ln \frac{1}{x} = 0$$

$$\bullet \ln x \leq x - 1 \quad (x > 0)$$

$$\bullet e^x \geq x + 1 \quad (x \in \mathbb{R})$$